

No of Questions : 30

नामांक

No of Pages : 4

--	--	--	--	--	--	--

माध्यमिक परीक्षा, 2019

गणित

मॉडल पेपर 9

समय : $3\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

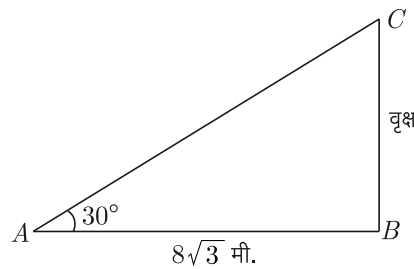
1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

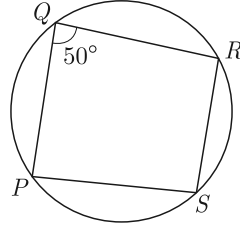
भाग-अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $24\frac{1}{6} \times 24\frac{5}{6}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा समीकरण $\frac{5}{2x-1} - \frac{9}{3x-2} = 0$ का हल ज्ञात कीजिए। 1
3. $\frac{15}{1600}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसारों को लिखिए। 1
4. सिद्ध कीजिए कि $\cos 35^\circ \cdot \operatorname{cosec} 55^\circ = 1$ 1
5. सम्मुख चित्र में BC एक वृक्ष है। किसी समय उसकी परछाई AB , $8\sqrt{3}$ मीटर थी। यदि उस समय वृक्ष की चोटी का उन्नयन कोण 30° का रहा हो, तो वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 1



6. एक घड़ी में सेकण्ड की सुई के सिरे का बिन्दुपथ लिखिए। 1

7. दी गई आकृति में, $\square PQRS$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जहाँ, $\angle PQR = 50^\circ$ है। $\angle PSR$ ज्ञात करो। 1



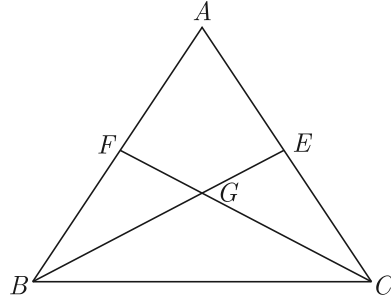
8. किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकता का योग लिखिए। 1
9. यदि राजू पहली, दूसरी, तीसरी व चौथी सिग्नल लाइट को क्रमशः 3, 8, 13, 18, सेकण्ड पार करता है तो 78 सेकण्ड में कौन सी सिग्नल लाइट पार कर चुका होगा। 1
10. एक बस स्टैण्ड पर एक खम्भे के आधार से 40 मीटर दूरी पर स्थित प्लेटफार्म के एक बिन्दु से खम्भे की चोटी पर लगे हुए कैमरे का उन्नयन कोण 60° है तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 1

भाग-ब

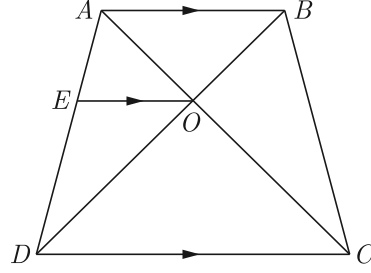
11. द्वन्द्व योग विधि द्वारा संख्या 1522756 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। 2
12. दो संख्याओं का ल.स. उनके म.स. का 15 गुना है तथा लघुतम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक का योगफल 912 है। यदि इनमें से एक संख्या 171 है, तो दूसरी संख्या का मान बतावें। 2
13. एक वृत्त की त्रिज्या 10.5 सेमी और त्रिज्यखण्ड का कोण 45° है। लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $(\pi = \frac{22}{7})$ 2
14. एक अर्द्ध गोले की त्रिज्या 4.5 सेमी. है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2
15. एक सीधे व 8 मीटर ऊँचे पोल पर यातायात नियन्त्रण के लिए CCTV कैमरा लगा है। जो पोल के शीर्ष से 17 मीटर दूर दृष्टि रेखा तक यातायात देख सकता है। पोल के चारों ओर यह कैमरा कितना क्षेत्रफल यातायात देख सकता है? 2

भाग-स

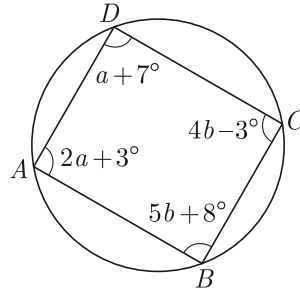
16. द्विघात बहुपद $x^2 + x - 2$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के सम्बन्ध की सत्यता जाँच कीजिए। 3
17. 500 और 900 के बीच स्थित 7 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात कीजिए। 3
18. किसी मीनार के आधार से a और b दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित दो बिन्दु क्रमशः C व D से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण एक-दूसरे के पूरक हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई। 3
19. एक त्रिभुज की दो माध्यिकाएँ समान माप की हों तो वह त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होता है। 3



20. $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसमें $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है। 3



21. आकृति में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। a और b का मान ज्ञात कीजिए। 3



22. एक 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। उस पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार खींचिए कि वे परस्पर 70° का कोण बनाती हों। 3
23. 4 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है। साथ ही संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें) 3
24. 22 सेमी \times 12 सेमी के आयताकार कागज को दो अलग-अलग विधियों से मोड़कर दो बेलन बनाये जा सकते हैं। 3
1. दोनों बेलनों के आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
 2. दोनों बेलनों के आयतनों का अन्तर ज्ञात कीजिए।
25. 52 ताश के पत्तों से सभी पत्ते, जिनकी संख्याएँ 3 के गुणक हैं, हटा दिये जाते हैं। अब एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता:
1. एक तस्वीर (बादशाह, बेगम या गुलाम) वाला पत्ता है।
 2. एक लाल, सम संख्या वाला पत्ता है।
- 3

भाग-द

26. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए तथा इसकी सहायता से a का मान ज्ञात कीजिए जबकि $4x + 3y = a$ है। $x + 3y = 6$; $2x - 3y = 12$ 6

27. (1) यदि $\tan \theta = \frac{a}{b}$ तो सिद्ध कीजिए कि- (3+3=6)

$$\frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

(2) $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = \tan \alpha \tan \beta$

अथवा

27. (1) $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \sin A + \cos A$ 3

(2) यदि θ एक न्यूनकोण है तथा $5 \operatorname{cosec} \theta = 7$ तो $\sin \theta + \cos^2 \theta - 1$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

28. (1) यदि A, B और C के निर्देशांक क्रमशः $(6, -1), (1, 3)$ तथा $(x, 8)$ हैं तो x का मान ज्ञात कीजिये जबकि $AB = BC$ हो। 3

(2) वह अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि बिन्दु $(-3, p)$ बिन्दुओं $(-5, -4)$ और $(-2, 3)$ को अन्तःविभाजित करता है। p का मान भी ज्ञात कीजिए। 3

29. सिद्ध करो कि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर खींची गई एक रेखा त्रिभुज की शेष दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करे तो यह दोनों भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है। 6

अथवा

29. AB और AC त्रिज्या r वाले एक वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि $AB = 2AC$ है। यदि p और q क्रमशः केन्द्र से AB और AC की दूरियाँ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $4q^2 = p^2 + 3r^2$ है। 6

30. निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व माध्यिका ज्ञात कीजिए। 6

वर्ग	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48
f_i	42	30	50	22	8	5

□□□□□□□

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 9

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $24\frac{1}{6} \times 24\frac{5}{6}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

यहाँ भिन्न संख्या का योग $1\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\right)$ है तथा शेष निखिलम् अंक समान = 16 है।

सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करने पर,

$$\begin{aligned}24\frac{1}{6} \times 24\frac{5}{6} &= 24 \times (24 + 1) / \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \\ &= 24 \times 25 / \frac{5}{36} \\ &= 600 \frac{5}{36}\end{aligned}$$

2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा समीकरण $\frac{5}{2x-1} - \frac{9}{3x-2} = 0$ का हल ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

$$\frac{5}{2x-1} - \frac{9}{3x-2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2x-1} = \frac{9}{3x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x-2}{9} = \frac{2x-1}{5}$$

यदि समीकरण $\frac{ax+b}{p} = \frac{cx+d}{q}$ हो

$$x = \frac{dp - bq}{aq - cp} \quad (\text{बीजीय सूत्र})$$

यहाँ

$$a = 3, b = -2, c = 2, d = -1$$

$$p = 9, q = 5$$

अतः

$$x = \frac{-1 \times 9 - (-2) \times 5}{3 \times 5 - 2 \times 9}$$

तो

$$x = \frac{-9 + 10}{15 - 18} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

3. $\frac{15}{1600}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसारों को लिखिए। 1

उत्तर :

2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

$$\begin{aligned}\text{यहाँ पर, } \frac{15}{1600} &= \frac{15}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5} \\ &= \frac{15}{2^6 5^2} = \frac{15}{2^6 \times 5^2} \times \frac{5^4}{5^4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{15 \times 625}{2^6 5^6} = \frac{15 \times 625}{(2 \times 5)^6} \\
&= \frac{9375}{10^6} = \frac{9375}{1000000} \\
&= 0.009375
\end{aligned}$$

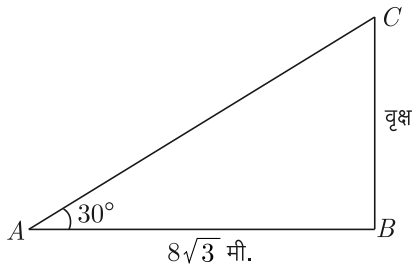
4. सिद्ध कीजिए कि $\cos 35^\circ \cdot \operatorname{cosec} 55^\circ = 1$ 1

उत्तर :

यहाँ पर, बायाँ पक्ष = $\cos 35^\circ \cdot \operatorname{cosec} 55^\circ$

$$\begin{aligned}
&= \cos 35^\circ \cdot \operatorname{cosec}(90^\circ - 35^\circ) \\
&= \cos 35^\circ \cdot \sec 35^\circ \\
&\quad [\because \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta] \\
&= \cos 35^\circ \cdot \frac{1}{\cos 35^\circ} \\
&\quad \left[\because \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right] \\
&= 1 = \text{दायाँ पक्ष}
\end{aligned}$$

5. सम्मुख चित्र में BC एक वृक्ष है। किसी समय उसकी परछाई AB , $8\sqrt{3}$ मीटर थी। यदि उस समय वृक्ष की चोटी का उन्नयन कोण 30° का रहा हो, तो वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 1



उत्तर :

चूँकि $\tan 30^\circ = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

अतः $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{8\sqrt{3}}$

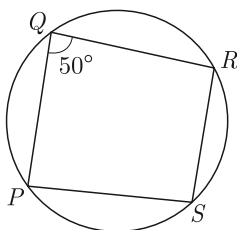
$$BC = 8 \text{ मीटर}$$

6. एक घड़ी में सेकण्ड की सुई के सिरे का बिन्दुपथ लिखिए। 1

उत्तर :

एक घड़ी में सेकण्ड की सुई के सिरे का बिन्दुपथ वृत्त होता है।

7. दी गई आकृति में, $\square PQRS$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जहाँ, $\angle PQR = 50^\circ$ है। $\angle PSR$ ज्ञात करो। 1



उत्तर :

$$\begin{aligned}
\angle PQR + \angle PSR &= 180^\circ \\
&\dots (\text{चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।}) \\
50^\circ + \angle PSR &= 180^\circ \quad \dots (\text{दिया है}) \\
\therefore \angle PSR &= 130^\circ
\end{aligned}$$

8. किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकता का योग लिखिए। 1

उत्तर :

किसी प्रयोग की सभी प्रारम्भिक घटनाओं की प्रायिकता का योग 1 होता है।

9. यदि राजू पहली, दूसरी, तीसरी व चौथी सिग्नल लाइट को क्रमशः 3, 8, 13, 18, सेकण्ड पार करता है तो 78 सेकण्ड में कौन सी सिग्नल लाइट पार कर चुका होगा। 1

उत्तर :

सिग्नल लाइट को पार करने में लगा समय यदि श्रेणी में ले तो 3, 8, 13, 18....

$$a = 3, d = 8 - 3 = 5$$

माना 78 सेकण्ड में n वीं सिग्नल लाइट पार कर चुका होगा तब,

$$a_n = a + (n - 1)d \text{ से}$$

$$\Rightarrow 78 = 3 + (n - 1)5$$

$$\Rightarrow 5(n - 1) = 75$$

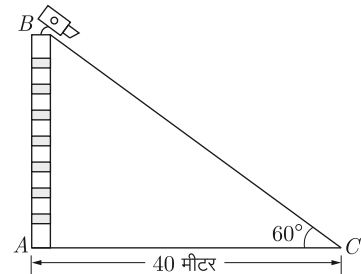
$$\Rightarrow n - 1 = 15 \Rightarrow n = 16$$

अतः 78 सेकण्ड में 16वीं सिग्नल लाइट पार कर चुका होगा।

10. एक बस स्टैंड पर एक खम्भे के आधार से 40 मीटर दूरी पर स्थित प्लेटफार्म के एक बिन्दु से खम्भे की चोटी पर लगे हुए कैमरे का उन्नयन कोण 60° है तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

हम जानते हैं-



$$\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{40}$$

$$\Rightarrow AB = 40 \times \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = 40 \times 1.732 = 69.280 \text{ मीटर}$$

भाग-ब

11. द्वन्द्व योग विधि द्वारा संख्या 1522756 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

2

उत्तर :

$$\begin{array}{r|l} 1 & 522756 \\ 2 & 0122 \\ \hline 1 & 234000 \end{array}$$

संकेत-

- वर्गमूल में 4 अंक होंगे।
 - प्रथम वर्गमूल अंक = 1 शेषफल = 0 जिसे 5 से पूर्ण लिखा जायेगा।
 - $05 \div 2 = 2$ तथा शेष 1 अतः संशोधित भाज्य $12 \div 2^2 = 8$
 - $8 \div 2 = 4$ तथा शेषफल शून्य अतः $8 \div 2 = 3$ लेकर शेषफल 2 प्राप्त करते हैं।
 - संशोधित भाज्य $22 - 12 = 10$ अतः $\sqrt{1522756} = 1234$
12. दो संख्याओं का ल.स. उनके म.स. का 15 गुना है तथा लघुत्तम समापवर्त्य और महत्तम समापवर्तक का योगफल 912 है। यदि इनमें से एक संख्या 171 है, तो दूसरी संख्या का मान बतावें।

2

उत्तर :

माना कि उन दो संख्याओं का म.स. x है। \therefore संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य = $15x$ प्रश्न से, $15x + x = 912$

$$\Rightarrow 16x = 912, \Rightarrow x = \frac{912}{16} = 57$$

$$\therefore \text{ल.स.} = 15x = 15 \times 57 = 855$$

$$\text{म.स.} = x = 57$$

$$\therefore \text{दूसरी संख्या} = \frac{\text{ल.स.} \times \text{म.स.}}{\text{पहली संख्या}} = \frac{855 \times 57}{171} = 285$$

13. एक वृत्त की त्रिज्या 10.5 सेमी और त्रिज्यखण्ड का कोण 45° है। लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$)

2

उत्तर :

दिया है-

वृत्त की त्रिज्या (r) = 10.5 सेमी.और त्रिज्यखण्ड का कोण = 45°

हम जानते हैं कि लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} \\ &= \frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times 45^\circ \\ &= \frac{22 \times 10.5 \times 10.5 \times 45^\circ}{7 \times 360^\circ} \\ &= 43.31 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

अतः त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल = 43.31 वर्ग सेमी.

14. एक अर्द्ध गोले की त्रिज्या 4.5 सेमी. है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

2

उत्तर :

दिया है-

अर्द्ध गोले की त्रिज्या (r) = 4.5 सेमी.

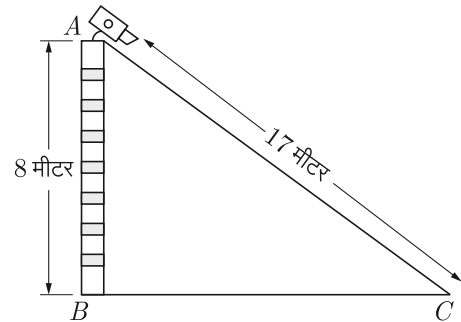
$$\begin{aligned} \text{अर्द्ध गोले का आयतन} &= \frac{2}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.5)^3 \\ &= \frac{2 \times 22 \times 4.5 \times 4.5 \times 4.5}{3 \times 7} \\ &= \frac{1336.5}{7} = 190.93 \text{ घन सेमी.} \end{aligned}$$

15. एक सीधे व 8 मीटर ऊँचे पोल पर यातायात नियन्त्रण के लिए CCTV कैमरा लगा है। जो पोल के शीर्ष से 17 मीटर दूर दृष्टि रेखा तक यातायात देख सकता है। पोल के चारों ओर यह कैमरा कितना क्षेत्रफल यातायात देख सकता है?

2

उत्तर :

पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल



$$\begin{aligned} &= \pi R^2 \\ &= 3.14 \times (17)^2 \\ &= 3.14 \times 289 \\ &= 907.46 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

भाग-स

16. द्विघात बहुपद $x^2 + x - 2$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के सम्बन्ध की सत्यता जाँच कीजिए।

3

उत्तर :

दिया गया द्विघात बहुपद,

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + x - 2 \\ &= x^2 + 2x - x - 2 \\ &= x(x+2) - 1(x+2) \\ &= (x-1)(x+2) \end{aligned}$$

शून्यक ज्ञात करने के लिए $f(x) = 0$ होगा।

$$\therefore (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, -2$$

अतः दिए गए बहुपद के दो शून्यक 1 और -2 हैं।
शून्यकों और गुणांकों के मध्य सम्बन्ध

$$\text{शून्यकों का योग} = 1 + (-2) = -1$$

और शून्यकों का गुणनफल = $1 \times (-2) = -2$
दिए गए बहुपद की तुलना $ax^2 + bx + c$ से करने पर,

$$a = 1, b = 1 \text{ तथा } c = -2$$

$$\therefore \text{शून्यकों का योग} = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{और शून्यकों का गुणनफल} = \frac{c}{a} = \frac{-2}{1} = -2$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच सम्बन्ध सत्य है।

17. 500 और 900 के बीच स्थित 7 के सभी गुणजों का योगफल ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

500 और 900 के बीच स्थित 7 के सभी गुणज हैं-

504, 511, 518,889

\therefore प्रत्येक पद 7 का गुणज है और सार्वअन्तर समान है। अतः दिया गया अनुक्रम एक समान्तर श्रेणी है।

$$\text{यहाँ } a = 504$$

$$d = 511 - 504 = 7$$

$$\text{और } a_n = 889$$

$$\text{अब } a_n = 889$$

$$\Rightarrow a + (n-1)d = 889$$

$$\Rightarrow 504 + (n-1) \times 7 = 889$$

$$\Rightarrow (n-1) \times 7 = 889 - 504$$

$$\Rightarrow (n-1) \times 7 = 385$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{385}{7} = 55$$

$$\Rightarrow n = 55 + 1 = 56$$

$$S_n = \frac{n}{2}[a + l]$$

$$S_{56} = \frac{56}{2}[504 + 889]$$

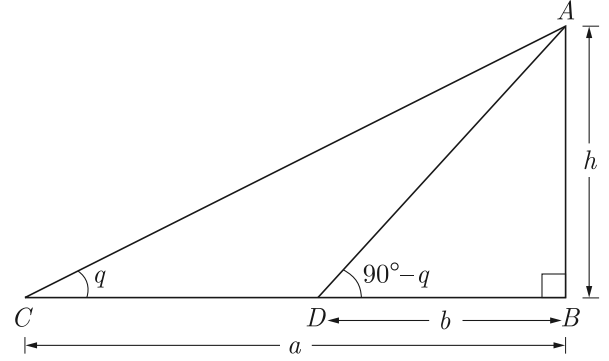
$$= 28 \times 1393 = 39004$$

अतः 500 और 900 के बीच स्थित 7 के सभी गुणजों का योगफल 39004 है।

18. किसी मीनार के आधार से a और b दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित दो बिन्दु क्रमशः C व D से देखने पर मीनार के शिखर के उन्नयन कोण एक-दूसरे के पूरक हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई। 3

उत्तर :

माना मीनार की ऊँचाई $AB = h$ मीटर तथा C व D बिन्दु इस प्रकार हैं कि $BC = a$, $BD = b$



यदि $\angle ACB = \theta$ तो

$$\angle ADB = 90^\circ - \theta$$

समकोण $\triangle ABC$ में

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{a} \quad \dots(1)$$

पुनः समकोण $\triangle ABD$ में,

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{AB}{BD}$$

$$\text{या } \cot \theta = \frac{h}{b} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व समीकरण (2) का गुणा करने पर

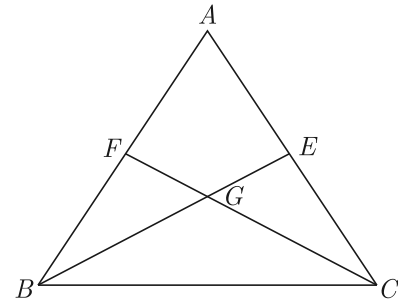
$$\tan \theta \times \cot \theta = \frac{h}{a} \times \frac{h}{b}$$

$$\text{या } 1 = \frac{h^2}{ab}$$

$$\Rightarrow h^2 = ab$$

$$\text{या } h = \sqrt{ab} \quad \text{इति सिद्धम्}$$

19. एक त्रिभुज की दो माध्यिकाएँ समान माप की हों तो वह त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज होता है। 3



उत्तर :

दिया हुआ है- $\triangle ABC$ में BE एवं CF दो समान माप की माध्यिकाएँ हैं।

तथा $BE = CF$, F तथा E क्रमशः AB तथा AC के मध्य बिन्दु हैं।

सिद्ध करना है- $\triangle ABC$ समद्विबाहु त्रिभुज है।

उपपत्ति- $\triangle ABC$ का केन्द्रक G है (ज्ञात है)

$$\therefore BG : GE = CG : GF = 2 : 1$$

$$\text{अतः } BG = \frac{2}{3}BE \quad \dots(1)$$

$$GE = \frac{1}{3}BE \quad \dots(2)$$

तथा $CG = \frac{2}{3}CF$... (3)

$GF = \frac{1}{3}CF$... (4)

परन्तु $BE = CF$ (ज्ञात है)

∴ (1) और (3) से $BG = CG$

और (2) और (4) से $GE = GF$

अब $\triangle BGF$ और $\triangle CGE$ में

$BG = CG$ (सिद्ध कर चुके हैं)

$GE = GF$ (सिद्ध कर चुके हैं)

$\angle BGF = \angle CGE$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\triangle BGF \cong \triangle CGE$

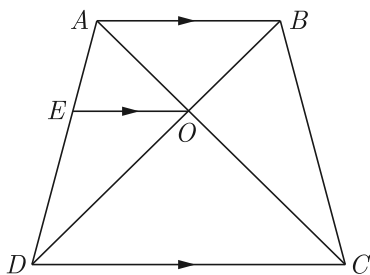
(भुजा-कोण-भुजा नियम से)

अतः $BF = CE$ या $2BF = 2CE$

∴ $AB = AC$

∴ $\triangle ABC$ समद्विबाहु त्रिभुज है।

20. $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसमें $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। दर्शाइए कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है। 3



उत्तर :

दिया है- समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ है जिसमें AC और BD दो विकर्ण हैं, जो परस्पर O बिन्दु पर काटते हैं।

सिद्ध करना है- $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

रचना- O से जाती हुई $OE \parallel CD$ खींची।

उपपत्ति- $\triangle ADC$ में,

$OE \parallel DC$
 $\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{CO}$... (1)

(आधारभूत समानुपातिक प्रमेय से)

समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ में,

$AB \parallel CD$

∴ $OE \parallel CD$ (रचना से)

$OE \parallel AB$

अब $\triangle ADB$ में,

$\frac{ED}{AE} = \frac{DO}{BO}$

$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BO}{DO}$... (2)

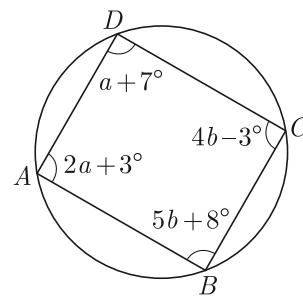
समीकरण (1) व समीकरण (2) से,

$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$

$\Rightarrow AO \times DO = BO \times CO$

$\Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ इति सिद्धम्

21. आकृति में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। a और b का मान ज्ञात कीजिए। 3



उत्तर :

दी गई आकृति में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है इसलिए $\angle A + \angle C = 180^\circ$ होगा।

$2a + 3^\circ + 4b - 3^\circ = 180^\circ$

या $2a + 4b = 180^\circ$

या $a + 2b = 90^\circ$... (1)

तथा $\angle B + \angle D = 180^\circ$

$5b + 8^\circ + a + 7^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow a + 5b + 15^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow a + 5b = 180^\circ - 15^\circ$

$a + 5b = 165^\circ$... (2)

समीकरण (1) तथा (2) को हल करने पर

$a + 2b = 90^\circ$

$a + 5b = 165^\circ$

घटाने पर $\frac{-}{-3b} = \frac{-75^\circ}{-75^\circ}$

$b = \frac{-75^\circ}{-3} = 25^\circ$

समीकरण (1) में मान रखने पर,

$a + 2b = 90^\circ$

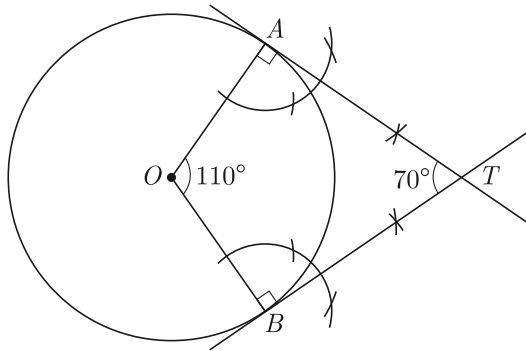
$\Rightarrow a + 2 \times 25^\circ = 90^\circ$

$\Rightarrow a = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

अतः $a = 40^\circ, b = 25^\circ$

22. एक 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचिए। उस पर दो स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार खींचिए कि वे परस्पर 70° का कोण बनाती हों। 3

उत्तर :



रचना के चरण- O को केन्द्र मानकर 4 सेमी. त्रिज्या का वृत्त खींचा। OA एक त्रिज्या खींची। OA से $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ का कोण बनाते हुए दूसरी त्रिज्या OB खींची अर्थात् $\angle AOB = 110^\circ$ का होना चाहिए। अब A व B पर स्पर्श रेखाएँ खींचीं जो कि परस्पर एक दूसरे को 70° कोण पर काटेंगी।

23. 4 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के उस त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है। साथ ही संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ का प्रयोग करें) 3

उत्तर :

प्रश्नानुसार,

$$r = 4 \text{ सेमी.}, \theta = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{60}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4 \\ &= \frac{1}{6} \times 3.14 \times 16 = 8.37 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

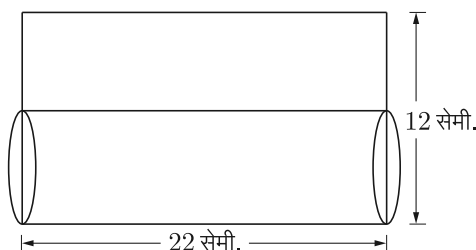
$$\begin{aligned} &= \pi r^2 - \text{लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} \\ &= 3.14 \times 4 \times 4 - 8.37 \\ &= 50.24 - 8.37 \\ &= 41.87 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

24. 22 सेमी \times 12 सेमी के आयताकार कागज को दो अलग-अलग विधियों से मोड़कर दो बेलन बनाये जा सकते हैं। 3

- दोनों बेलनों के आयतनों का अनुपात ज्ञात कीजिए।
- दोनों बेलनों के आयतनों का अन्तर ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

पहली विधि: जब कागज को 12 सेमी. की भुजा के अनुदिश मोड़ा जाता है, तो



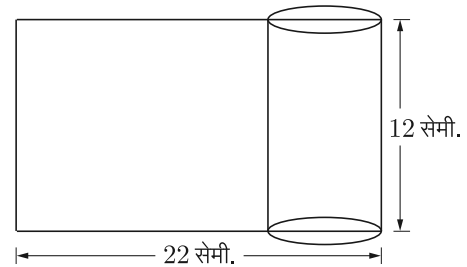
बेलन की ऊँचाई, $h_1 = 12$ सेमी.

और $2\pi r_1 = 22$

$$\Rightarrow r_1 = \frac{22}{2\pi} = \frac{11}{\pi} \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \text{आयतन, } V_1 &= \pi r_1^2 h_1 \\ &= \pi \times \left(\frac{11}{\pi}\right)^2 \times 12 \\ &= \frac{1452}{\pi} = \frac{1452 \times 7}{22} = 462 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

दूसरी विधि: जब कागज को 22 सेमी. की भुजा के अनुदिश मोड़ा जाता है, तो



बेलन की ऊँचाई, $h_2 = 22$ सेमी

और $2\pi r_2 = 12$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{12}{7} \times r_2 = 12$$

$$\Rightarrow r_2 = \frac{7}{2} \text{ सेमी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{आयतन, } V_2 &= \pi r_2^2 h_2 \\ &= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 22 \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 22 \\ &= 462 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

(1) आयतनों का अनुपात,

$$V_1 : V_2 = 252 : 462 = 6 : 11$$

(2) दोनों के आयतनों में अन्तर

$$= (462 - 252) \text{ सेमी}^3 = 210 \text{ सेमी}^3$$

25. 52 ताश के पत्तों से सभी पत्ते, जिनकी संख्याएँ 3 के गुणक हैं, हटा दिये जाते हैं। अब एक पत्ता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता:

- एक तस्वीर (बादशाह, बेगम या गुलाम) वाला पत्ता है।
- एक लाल, सम संख्या वाला पत्ता है।

3

उत्तर :

52 ताश के पत्तों में संख्या वाले पत्ते 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 और 10 हैं।

पत्ते, जिनकी संख्याएँ 3 की गुणक हैं, 3, 6 और 9

3, 6 और 9 संख्या वाले कुल पत्ते = $4 + 4 + 4 = 12$

\therefore 3 के गुणक वाले कुल पत्ते = 12

इनको निकालने पर गड्डी में शेष पत्ते = $52 - 12 = 40$

(1) 52 पत्तों में 4 बादशाह, 4 बेगम और 4 गुलाम होते हैं।

\therefore गड्डी में तस्वीर वाले पत्तों की संख्या = 12

\therefore घटना एक तस्वीर का पत्ता निकालने के अनुकूल अवसर = 12

- ∴ अब प्रायिकता (एक तस्वीर वाला पत्ता) = $\frac{12}{40} = \frac{3}{10}$
- (2) सम संख्या वाले शेष लाल पत्ते: पान के 2,4,8,10 तथा ईट के 2,4,8,10
- ∴ गड्डी में सम संख्या वाले लाल पत्ते = 8
- ∴ घटना एक सम संख्या का लाल पत्ता के अनुकूल अवसर = 8
- ∴ $P(\text{एक सम संख्या वाला लाल पत्ता}) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

भाग-द

26. निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए तथा इसकी सहायता से a का मान ज्ञात कीजिए जबकि $4x + 3y = a$ है।
 $x + 3y = 6$; $2x - 3y = 12$ 6

उत्तर :

समीकरण $x + 3y = 6$ द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

दिया है- $x + 3y = 6 \Rightarrow x = 6 - 3y$
 $y = 1$ रखने पर, $x = 6 - 3 \times 1 = 6 - 3 = 3$

तथा $y = 2$ रखने पर, $x = 6 - 3 \times 2 = 6 - 6 = 0$
 अतः समीकरण $x + 3y = 6$ की निम्न हल सारणी प्राप्त होती है-

x	3	0
y	1	2

बिन्दुओं $A(3,1)$ व $B(0,2)$ को ग्राफ पेपर पर अंकित करके इनसे गुजरने वाली रेखा AB खींचते हैं जो कि समीकरण $x + 3y = 6$ का आलेख है।

समीकरण $2x - 3y = 12$ द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

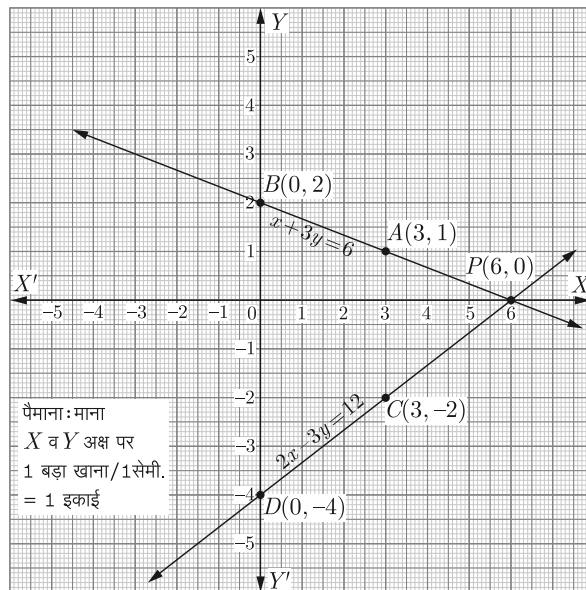
$2x - 3y = 12$

$\Rightarrow 3y = 2x - 12$

$\Rightarrow y = \frac{2x - 12}{3}$

$x = 3$ रखने पर, $y = \frac{2 \times 3 - 12}{3} = \frac{6 - 12}{3} = \frac{-6}{3} = -2$

$x = 0$ रखने पर, $y = \frac{2 \times 0 - 12}{3} = \frac{0 - 12}{3} = \frac{-12}{3} = -4$



अतः समीकरण $2x - 3y = 12$ का निम्न हल सारणी में प्राप्त होता है-

x	3	0
y	-2	-4

बिन्दुओं $C(3, -2)$ तथा $D(0, -4)$ को उसी ग्राफ पर प्रदर्शित करते हुए उनसे गुजरने वाली रेखा CD खींचते हैं जो कि समीकरण $2x - 3y = 12$ का ग्राफ दर्शाती है। ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनों समीकरणों के संगत सरल रेखाएँ एक-दूसरे को बिन्दु $P(6,0)$ पर काटती हैं।

अतः $x = 6$ तथा $y = 0$ दिये गये समीकरण युग्म का हल है।

$4x + 3y = a$ में $x = 6$ व $y = 0$ रखने पर

$4 \times 6 + 3 \times 0 = a$

$\Rightarrow a = 24$

27. (1) यदि $\tan \theta = \frac{a}{b}$ तो सिद्ध कीजिए कि- 3+3=6

$$\frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

(2) $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = \tan \alpha \tan \beta$

उत्तर :

(1) L.H.S. = $\frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta}$

$$= \frac{\cos \theta \left(a \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - b \right)}{\cos \theta \left(a \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + b \right)}$$

$$= \frac{a \tan \theta - b}{a \tan \theta + b}$$

∴ $\tan \theta = \frac{a}{b}$

अतः मान रखने पर,

$$\tan \theta = \frac{a \left(\frac{a}{b} \right) - b}{a \left(\frac{a}{b} \right) + b} = \frac{a^2 - b^2/b}{a^2 + b^2/b}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = \text{R.H.S.} \quad \text{इति सिद्धम्}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{L.H.S.} &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ &= \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta}} \\ &= \frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \sin \beta + \cos \beta \sin \alpha}{\sin \alpha \sin \beta}} \\ &= \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \times \frac{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)}{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)} \\ &= \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \left(\frac{\sin \beta}{\cos \beta} \right) \\ &= \tan \alpha \tan \beta = \text{R.H.S.} \quad \text{इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

अथवा

$$\begin{aligned} 27. (1) \quad \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} &= \sin A + \cos A \quad 3 \\ (2) \quad \text{यदि } \theta \text{ एक न्यूनकोण है तथा } 5 \operatorname{cosec} \theta &= 7 \text{ तो} \\ \sin \theta + \cos^2 \theta - 1 \text{ का मान ज्ञात कीजिए।} & \quad 3 \end{aligned}$$

उत्तर :

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{L.H.S.} &= \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} \\ &= \frac{\cos A}{\left(1 - \frac{\sin A}{\cos A}\right)} + \frac{\sin A}{\left(1 - \frac{\cos A}{\sin A}\right)} \\ &= \frac{\cos A}{\left(\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}\right)} + \frac{\sin A}{\left(\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}\right)} \\ &= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A} \\ &= \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A} - \frac{\cos^2 A}{\sin A - \cos A} \\ &= \frac{1}{(\sin A - \cos A)} [\sin^2 A - \cos^2 A] \\ &= \frac{(\sin A + \cos A)(\sin A - \cos A)}{(\sin A - \cos A)} \\ &= \sin A + \cos A = \text{R.H.S.} \quad \text{इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{दिया है,} \quad 5 \operatorname{cosec} \theta &= 7 \\ \operatorname{cosec} \theta &= \frac{7}{5} \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{\sin \theta} &= \frac{7}{5} \text{ या } \sin \theta = \frac{5}{7} \\ \text{अब,} \quad \sin \theta + \cos^2 \theta - 1 &= \sin \theta - (1 - \cos^2 \theta) \\ &= \sin \theta - \sin^2 \theta \\ &= \frac{5}{7} - \left(\frac{5}{7}\right)^2 \\ &= \frac{35 - 25}{49} = \frac{10}{49} \end{aligned}$$

$$28. (1) \quad \text{यदि } A, B \text{ और } C \text{ के निर्देशांक क्रमशः } (6, -1), (1, 3) \text{ तथा } (x, 8) \text{ हैं तो } x \text{ का मान ज्ञात कीजिये जबकि } AB = BC \text{ हो।} \quad 3$$

$$(2) \quad \text{वह अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि बिन्दु } (-3, p) \text{ बिन्दुओं } (-5, -4) \text{ और } (-2, 3) \text{ को अन्तःविभाजित करता है। } p \text{ का मान भी ज्ञात कीजिए।} \quad 3$$

उत्तर :

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{दिया गया है,} \quad AB &= BC \\ \therefore (AB)^2 &= (BC)^2 \\ (6 - 1)^2 + (-1 - 3)^2 &= (x - 1)^2 + (8 - 3)^2 \\ 25 + 16 &= (x - 1)^2 + 25 \\ 16 &= (x - 1)^2 \\ \pm 4 &= (x - 1) \end{aligned}$$

धनात्मक चिन्ह लेने पर,

$$\begin{aligned} \therefore \quad 4 &= x - 1 & \therefore x &= 5 \\ \text{इसी प्रकार ऋणात्मक चिन्ह लेने पर,} \\ -4 &= x - 1 & \therefore -4 + 1 &= x \end{aligned}$$

$$x = -3$$

अतः x का मान -3 या 5 होगा।

$$(2) \quad \text{माना } C(-3, p) \text{ } AB \text{ को अनुपात } k:1 \text{ में विभाजित करता है।} \\ \therefore \text{ विभाजन के नियम से,}$$

$$\begin{array}{c} C(-3, p) \\ \bullet \text{-----} \bullet \text{-----} \bullet \\ A(-5, -4) \quad k:1 \quad B(-2, 3) \end{array}$$

$$-3 = \frac{-2k - 5}{k + 1}$$

$$\text{या} \quad -3k - 3 = -2k - 5$$

$$\text{या} \quad k = -3 + 5 = 2$$

अर्थात् अनुपात $k:1$ या $2:1$ होगा।

$$\text{तथा} \quad p = \frac{2 \times 3 + 1 \times (-4)}{2 + 1} = \frac{2}{3}$$

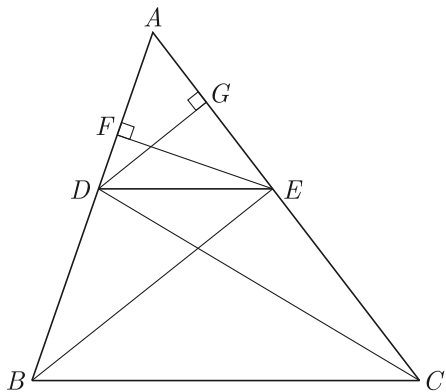
$$\therefore \quad p = \frac{2}{3}$$

अतः, अभीष्ट अनुपात $2:1$ है तथा $p = \frac{2}{3}$

$$29. \quad \text{सिद्ध करो कि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर खींची गई एक रेखा त्रिभुज की शेष जो भुजाओं को प्रतिच्छेद करे तो यह दोनों भुजाओं को समान अनुपात में विभाजित करती है।} \quad 6$$

उत्तर :

दिया हुआ है- ABC एक त्रिभुज है जिसमें $DE \parallel BC$ है। DE, AB व AC को क्रमशः D व E पर काटती है।



सिद्ध करना है- $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

रचना- BE व CD को मिलाया। EF ⊥ BA और DG ⊥ CA खींचा।

उपपत्ति- चूँकि EF ⊥ BA अतः EF, Δ ADE तथा Δ ABE की ऊँचाई है।

$$\begin{aligned} \therefore \Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} \\ &= \frac{1}{2} AD \times EF \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{और } \Delta DBE \text{ का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} \\ &= \frac{1}{2} DB \times EF \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DBE \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{1}{2} AD \times EF}{\frac{1}{2} DB \times EF} = \frac{AD}{DB} \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार,

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DEC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{1}{2} AE \times DG}{\frac{1}{2} EC \times DG} = \frac{AE}{EC} \quad \dots(2)$$

किन्तु Δ DBE एवं Δ DEC दोनों समान आधार DE एवं DE || BC के मध्य बने हैं।

$$\begin{aligned} \text{अतः } \Delta DBE \text{ का क्षेत्रफल} &= \Delta DEC \text{ का क्षेत्रफल} \quad \dots(3) \\ (1), (2) \text{ और } (3) \text{ से,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DBE \text{ का क्षेत्रफल}} &= \frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DEC \text{ का क्षेत्रफल}} \\ \Rightarrow \frac{AD}{DB} &= \frac{AE}{EC} \quad \text{इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

अथवा

29. AB और AC त्रिज्या r वाले एक वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि AB = 2AC है। यदि p और q क्रमशः केन्द्र से AB और AC की दूरियाँ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $4q^2 = p^2 + 3r^2$ है। 6

उत्तर :

दिया है- AB और AC त्रिज्या r वाले वृत्त की जीवाएँ हैं ताकि AB = 2AC.

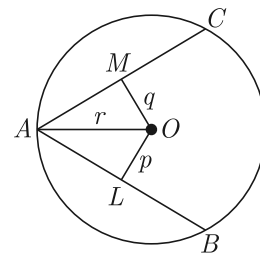
सिद्ध करना है- $4q^2 = p^2 + 3r^2$

उपपत्ति- AB = 2AC (दिया है)

$$OL \perp AB$$

$$OM \perp AC$$

$$OL = p \text{ और } OM = q$$



वृत्त के केन्द्र से डाला गया लम्ब, जीवा को विभाजित करता है।

समकोण Δ AOL में,

$$r^2 = AL^2 + p^2$$

$$AL^2 = r^2 - p^2$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2} AB\right)^2 = r^2 - p^2 \Rightarrow \frac{1}{4} AB^2 = r^2 - p^2$$

$$\Rightarrow AB^2 = 4(r^2 - p^2)$$

$$\Rightarrow (2AC)^2 = 4(r^2 - p^2) \quad (\because AB = 2AC)$$

$$\Rightarrow 4AC^2 = 4(r^2 - p^2) \quad \dots(1)$$

$$\Rightarrow AC^2 = r^2 - p^2$$

पुनः Δ AOM में, $r^2 = AM^2 + q^2$

$$\Rightarrow AM^2 = r^2 - q^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} AC\right)^2 = r^2 - q^2$$

$$\left(\because AM = AC = \frac{1}{2} AC\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} AC^2 = r^2 - q^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 4(r^2 - q^2) \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) को बराबर करने पर,

$$r^2 - p^2 = 4(r^2 - q^2)$$

$$\Rightarrow r^2 - p^2 = 4r^2 - 4q^2$$

$$\Rightarrow 4q^2 = 4r^2 - r^2 + p^2$$

$$\Rightarrow 4q^2 = 3r^2 + p^2$$

$$\text{या } 4q^2 = p^2 + 3r^2 \quad (\text{इतिसिद्धम्})$$

30. निम्न बारम्बारता बंटन के माध्य व माध्यिका ज्ञात कीजिए। 6

वर्ग	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48
f _i	42	30	50	22	8	5

उत्तर :

सारणी को सही-सही लिखने पर,

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f _i)	मध्यमान x _i	f _i x _i
0-8	42	4	168

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f_i)	मध्यमान x_i	$f_i x_i$
8-16	30	12	360
16-24	50	20	1000
24-32	22	28	616
32-40	8	36	288
40-48	5	44	220
	$\sum f_i = 157$		$\sum f_i x_i = 2652$

$$\text{माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

यहाँ पर, $\sum f_i x_i = 2652$ तथा $\sum f_i = 157$ है।

मान रखने पर, $\text{माध्य} = \frac{2652}{157} = 16.89$

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f_i)	संचयी बारम्बारता ($c.f.$)
0-8	42	42
8-16	30	72
16-24	50	122

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता (f_i)	संचयी बारम्बारता ($c.f.$)
24-32	22	144
32-40	8	152
40-48	5	157
	$N = \sum f = 157$	

यहाँ पर, $\frac{N}{2} = \frac{\sum f}{2} = \frac{157}{2} = 78.5$

78.5 से बड़ी संचयी बारम्बारता ($c.f.$) 122 है, जिसका संगत वर्ग-अन्तराल 16-24 है।

अतः $l = 16, C = 72, i = 8, f = 50$ है।

माध्यिका, $M = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times i$

मान रखने पर, $M = 16 + \frac{78.5 - 72}{50} \times 8$
 $= 16 + \frac{6.5 \times 8}{50}$
 $= 16 + \frac{52}{50} = 16 + 1.04$
 $= 17.04$

□□□□□□